

関数 $y = ax^2$  ～関数の見方や考え方を広げよう～

本単元で育成する資質・能力

知識・技能 思考力・判断力・表現力  
主体的に学ぶ力 他者とかわる力

① 単元について(単元観・生徒観・指導観)

1 単元観

本単元は、学習指導要領のC-(1)の、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見出し表現し考察する能力を伸ばすことをねらいとする。

第1学年では、比例、反比例、第2学年では、一次関数を取り扱っている。いずれも具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して関数関係を見出し表現し考察する能力を漸次高めてきている。

第3学年では、これまでと同様に、具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ を考察する。その際、表、式、グラフを相互に関連付けながら、変化の割合やグラフの特徴など関数の理解を一層深める。また、比例、反比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ 以外に、交通機関や宅配便の料金のように二つの数量の関係を式で表すことが困難な場合についても学習していくことで、関数関係の理解をさらに深める。

2 生徒観

つぎの表は、平成29年度の全国学力・学習状況調査の結果の一部である。

項目	問題番号	問題の概要	正答率(%)		
			本校	広島県	全国
①	A問題 9	長方形の縦の長さや面積の関係を、「…は…の関数である」という形で表現する	24.2	21.9	20.6
②	A問題 12	線香が燃えるときの時間と長さの関係を表したグラフを基に、2cm燃えるときの時間を選ぶ	65.5	66.6	67.6
③	B問題 3(2)	与えられた表やグラフを用いて、貯水量が1500万 $m^3$ になるまでに5月31日から経過した日数を求める方法を説明する	23.8	19.2	18.4

特に表の①については、「縦の長さは面積の関数である」と回答した生徒が30.0%であり、関数関係を正確に捉えられていない生徒が多いことが分かった。また、②では「グラフの読み取り」、③では「事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明する力」にもそれぞれ課題が見られた。

3 指導観

本単元の指導にあたっては、単元の導入やパフォーマンス課題においてなじみの深い図形や日常にある事象の数量関係に注目し、実験活動を通して、 $y = ax^2$ という関数を身近に感じさせるとともに、関心・意欲を持って学習に臨ませる。また、単元を通して、「問題解決的な学習」を基本にしながら、学習した事や思考の過程を整理させるなど書く活動に重点を置き、論理的思考力や表現力の向上を図る。さらに、全員が課題解決できることを目指し、意図的に4人班やペアワークを仕組み、教え合いの場や考えを共有する場を設定する。また、本単元の学習に対する「学びの足跡」が残せるよう、コンセプトマップやワークシート、思考ツール等の工夫・提示を行う。このことによって、関数に対する意味や理解を深めさせる。

また単元全体を通して、特に以下の2点をポイントに置き指導を行う。

- ①日常的な事象の考察のために表や式、グラフを用いたり活用したりする場面を仕組む。
- ②問題解決の手法を数学的な表現を用いて的確に説明する場面を仕組む。

## ② 単元の目標と身に付けさせたい力について

### 1 単元の目標

- (1) 様々な事象の中には関数  $y = ax^2$  としてとらえられるものがあることを知ることができる。
- (2) 関数  $y = ax^2$  について、表、式、グラフを相互に関連付けて理解することができる。
- (3) 関数  $y = ax^2$  を用いて具体的な事象をとらえ説明することができる。
- (4) 様々な事象の中に、関数関係があることを理解することができる。

### 2 単元の評価規準

ア 数学への 関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などについて の知識・理解
様々な事象を関数 $y = ax^2$ などとして捉えたり、表、式、グラフなどで表したりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	関数 $y = ax^2$ などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見い出したり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	関数 $y = ax^2$ の関係などを、表、式、グラフを用いて的確に表現したり、数学的に処理したりするなど、技能を身に付けている。	事象の中には関数 $y = ax^2$ などとして捉えられるものがあることや、関数 $y = ax^2$ の表、式、グラフの関連などを理解し、知識を身に付けている。

### 3 本単元で育成を目指す資質・能力

#### (1) 本校の設定した資質・能力と本単元との関わり

資質・能力		特に身に付けさせたい力	本単元での 育成・評価
知識・技能	知	①学習したことを自ら語れる力（知の構造化）	○
思考力・ 判断力・ 表現力	思	①根拠をもとに、正しい判断をする力（論理的思考力）	○
		②よりよい解決のため、いろいろな見方・考え方を持つ力（批判的思考力）	○
		③自分の考えを相手が納得できるよう分かりやすく伝える力（言語力）	○
主体的に学ぶ力	主	①自ら課題を見いだし、解決しようとする力	○
他者とのかかわる力	他	①他者と協力（協働）し、課題を解決しようとする力	○
		②他者とのかかわりを通して、自分の考えを深めたり広げたりしようとする力	○
社会貢献力	社	①よりよい地域社会のために、何をすべきかを考え実行しようとする力	—
自己形成力	自	①前向きにチャレンジし、より自律・自立した人間になろうとする力	—
		②自信を持つ力	—

#### (2) 本単元で本校の設定した資質・能力を身に付けさせるための手立て

資質・能力	資質・能力を身に付けさせるための手立て
知ー①	数学的用語を使った表現を常に心がけさせる。 コンセプトマップ（自作の単元構造図）により学習したことを構造的に整理させる。
思ー①	表、式、グラフの特徴から関数 $y = ax^2$ の特徴を見い出し、その特徴を根拠にした説明をさせる。
思ー②	課題解決のための見通しを持たせ、共有する場を設定する。
思ー③	グループ内で全員が表・式・グラフ等を用いて考えを発表する場を設定する。
主ー①	「なぜ？」「やってみたい」などと、自らが課題解決のための必然性を感じさせるようなパフォーマンス課題を設定する。
他ー①	難易度の高い課題を設定するとともに、他者と協働（協力）して解決する場を設定する。
他ー②	学習したことのまとめや振り返りを他者と交流する場を設定する。

### ③ 単元計画

1 単元の全体像（Ⅰ：学習内容、Ⅱ：学習活動、Ⅲ：単元として生徒に身に付けさせたい力）

Ⅰ 具体的な事象の中にある2つの数量関係について、Ⅱ それらの変化や対応を調べることを通して、Ⅲ 関数の理解を深めるとともに、関数関係を見出し表現し考察する能力を一層伸ばす。

2 単元の終末で見取るパフォーマンス評価

パフォーマンス課題①	評価基準	
Ⅰ先生はバスケットボール部の顧問です。かっこ良くシュートを決めたいと思っています。しかし遠すぎると力んでフォームが崩れてしまうし、近すぎるのも…。理想のフォームでかっこよく決められる限界距離の場所を教えてください。	A	他者と協力して、放物線から $y = ax^2$ の式を利用し、グラフをもとにシュートする位置を求め、考察をまとめることができている。
	B	他者と協力して、式、グラフ等からシュートする位置を求める方法を理解し、その結果をもとに考察をまとめることができている。
	C	他者と協力して、シュートする位置を求め、考察をまとめようとしている。
パフォーマンス課題②	評価基準	
あなたは、ブランコの設計者です。ビルのオーナーから「アルプスの少女ハイジが乗っているブランコと同じブランコを私のビルに作ってくれ」と言われました。 ハイジが乗っているロープの「長さ」を調べ、依頼者のビルに同じブランコが設置可能かどうか考察しなさい。	A	他者と協力して、「長さ」と「周期」の関係を見だし、表、式、グラフのいずれかを用いて「長さ」を求め、考察をまとめることができている。
	B	他者と協力して、表、式、グラフ等から「長さ」を求める方法を理解し、その結果をもとに考察をまとめることができている。
	C	他者と協力して、ハイジのブランコのロープの長さを求め、考察をまとめようとしている。

3 学習内容と評価の計画

学習過程	時	<input type="radio"/> 本時のめあて <input checked="" type="radio"/> 学習内容	評 価				
			関	考	技	知	
課題の設定	1	<input type="radio"/> 2つの数量関係を調べることができる <input checked="" type="radio"/> 2乗に比例する関数の存在 <input checked="" type="radio"/> 既習した関数との比較	○				評価基準 (評価方法) 【資質・能力】 ※評価基準の太字ゴシック体の部分において本校が設定した資質・能力を評価する。 いろいろな事象と関数に関心を持ち、比例でも一次関数でもない <b>関数があることを自ら見いだそうとしている。</b> (行動観察) 【主-①】
情報の収集	2	<input type="radio"/> 関数 $y = ax^2$ の値の変化と対応について調べることができる <input checked="" type="radio"/> 関数 $y = ax^2$ の値の変化と対応		○			具体的な事象の中から関数 $y = ax^2$ の値の変化や対応の仕方について、 <b>表を使って調べ、説明することができる。</b> (ノート・発言内容) 【思-③】
	3	<input type="radio"/> 関数 $y = ax^2$ の式を求めることができる <input checked="" type="radio"/> 関数 $y = ax^2$ の式の求め方とその使い方			◎		与えられた情報から、関数 $y = ax^2$ の式を求めることができる。 (ノート・行動観察)
	4 5	<input type="radio"/> 関数 $y = ax^2$ のグラフをかきことができる <input checked="" type="radio"/> 関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴とかき方				◎	与えられた情報から、関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴を理解し、かきすることができる。 (ノート・行動観察)

整理・分析	6	<input type="checkbox"/> 関数 $y = ax^2$ の表・式・グラフの関係を整理することができる <input checked="" type="checkbox"/> 表・式・グラフの関係の整理				<input checked="" type="radio"/> 関数 $y = ax^2$ の表・式・グラフとの関係を整理し、関連付けることができる。 (コンセプトマップ・行動観察)【知-①】
情報の収集	7	<input type="checkbox"/> $y = ax^2$ の値の変化について調べることができる① <input checked="" type="checkbox"/> $y = ax^2$ の値の変化 (最大値・最小値・変域)				<input type="radio"/> 関数 $y = ax^2$ のグラフについて、最大値と最小値の意味を理解し、変域のあるグラフの最大値・最小値を読み取ることができる。(発言内容・行動観察)
	8	<input type="checkbox"/> $y = ax^2$ の値の変化について調べることができる② <input checked="" type="checkbox"/> $y = ax^2$ の値の変化 (変化の割合)				<input checked="" type="radio"/> 関数 $y = ax^2$ の変化の割合の意味を理解し、変化の割合が一定でないことを、表やグラフをもとに説明することができる。 (ノート・行動観察)【知-①】
	9	<input type="checkbox"/> $y = ax^2$ の値の変化について調べることができる③ <input checked="" type="checkbox"/> $y = ax^2$ の値の変化 (変化の割合)				<input type="radio"/> 関数 $y = ax^2$ の変化の割合を求めることができる。 (ノート・行動観察)
整理・分析	10	<input type="checkbox"/> これまで学習した関数の値の変化について、特徴を整理することができる <input checked="" type="checkbox"/> 比例・反比例・一次関数・関数 $y = ax^2$ の値の変化における特徴の整理				<input checked="" type="radio"/> 今まで学習してきた関数における値の変化の仕方について、グラフや表を使って、整理することができる。 (コンセプトマップ)【知-①】
まとめ・創造・表現	11	<input type="checkbox"/> 学習したことを使って、図形の測量できる <input checked="" type="checkbox"/> 関数の活用 (図形の測量)				<input checked="" type="radio"/> 具体的な事象を、関数 $y = ax^2$ を利用して考察し、自らの考えで結論を導くことができる。 (ワークシート・行動観察)【思-①, ②, ③】
	12	<input checked="" type="checkbox"/> 【パフォーマンス課題①】 <input type="checkbox"/> 学習したことを使って、パフォーマンス課題①を解決することができる <input checked="" type="checkbox"/> 関数の活用 (直線と放物線)【本時】				<input checked="" type="radio"/> 具体的な事象から、既習の関数関係を見だし、関係について、自ら課題を設定し、協働して課題解決することができる。 (ワークシート)【思-①, 他-①】
	13	<input type="checkbox"/> グラフを読み取ることができる <input checked="" type="checkbox"/> 関数の活用 (直線と放物線)				<input checked="" type="radio"/> 具体的な事象から、既習の関数関係を見だし、その変化や対応の特徴を捉え、表や式、グラフなどを用いて課題解決することができる。 (ワークシート)【思-①, ②, ③】
実行	14	<input checked="" type="checkbox"/> 【パフォーマンス課題②】 <input type="checkbox"/> パフォーマンス課題②の解決方法を考えることができる <input checked="" type="checkbox"/> 関数の活用 (振り子の長さとの関係)				<input type="radio"/> 具体的な事象から取り出した2つの数量の関係について調べ、協働的に情報収集することができる。 (行動観察)【主-①, 他-①】
	15	<input type="checkbox"/> 学習したことを使って、パフォーマンス課題②を解決することができる <input checked="" type="checkbox"/> 関数の活用 (振り子の長さとの関係)				<input checked="" type="radio"/> 見いだした解決方法を使って、協働的に課題を解決することができる。 (ワークシート・行動観察)【思-①, 他-①】
課題情報の設定集	16	<input type="checkbox"/> 未知の関数について調べることができる <input checked="" type="checkbox"/> これまでに学習してことのない、いろいろな関数 (三角関数・指数関数・対数関数・階段関数等) の存在を知る。				<input type="radio"/> これまでに学習していない関数の存在に気づき、それらの特徴を自ら見いだそうとしている。 (ワークシート・行動観察)
	17	<input type="checkbox"/> 階段関数を用いて問題を解決することができる <input checked="" type="checkbox"/> いろいろな関数 (階段関数)				<input checked="" type="radio"/> 具体的な事象から、2つの数量関係を表やグラフで整理し、そこから必要な情報を表やグラフから読み取ることができる。 (ワークシート)【思-①, ②, ③】
振り返り	18	<input type="checkbox"/> 学びの過程を振り返り学習した事をまとめることができる。 <input checked="" type="checkbox"/> 単元の学習の振り返り <input checked="" type="checkbox"/> 「関数」とは何か				<input checked="" type="radio"/> 本単元を学習して、何を学習したのか、どんな知識・技能を得たのかを振り返ることができる。 (コンセプトマップ, 振り返りシート)【知-①, 他-②】

## ④ 本時の学習

### 1 本時の目標

バスケットボールのシュートの軌道が放物線であることから、 $y = ax^2$ の式やグラフを用いて、協働的に課題解決をすることを通して、関数の意味やそれを活用することの楽しさを実感させることができる。

### 2 本時の評価

評価規準	評価基準	
イ 見いだした解決方法を使って、協働的に課題を解決することができる。  (ワークシート)【思-①, 他-①】	A	他者と協力して、放物線から $y = ax^2$ の式を利用し、グラフをもとにシュートする位置を求め、考察をまとめることができている。
	B	他者と協力して、式、グラフ等からシュートする位置を求める方法を理解し、その結果をもとに考察をまとめることができている。
	C	他者と協力して、シュートする位置を求め、考察をまとめようとしている。

### 3 準備物

プロジェクター、パソコン、ワークシート

### 4 学習展開 (12限目/18)

学習過程	課題の設定	情報の収集	整理・分析	まとめ・創造・表現	実行	振り返り
学習活動 ○予想される生徒の思考		指導上の留意点			評価規準 (評価方法) 【資質・能力】	
導入 (10分)	<p>【パフォーマンス課題①】 I先生はバスケットボール部の顧問です。カッコ良くシュートを決めたいと思っています。しかし遠すぎるとカんでフォームが崩れてしまうし、近すぎるのも…。理想のフォームでカッコよく決められる限界距離の場所を教えてください。</p>					
	<ul style="list-style-type: none"> <li>・本時のめあての確認をする。</li> </ul> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 5px;">                     ○シュートする位置ってどうやって調べたらよいのだろうか。                 </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・写真や動画でI先生がシュートについて悩む映像を流し、本時の課題とめあてを確認させる。</li> </ul>				
<p>【本時のめあて】 学習したことを使って、パフォーマンス課題①を解決することができる</p>						

	<p>・解決のために必要な情報は何か考 える。</p> <p>○どの数値を調べないといけ ないのかな。</p> <p>・放物線であることから関数の式を 利用することを確認する。</p>	<p>・I先生のシュートの軌道は毎回同じものとして、 どの数値を調べるべきかを考えさせる。</p> <p>・以下のような視点を持たせ、グラフと式の関係か ら問題解決までの糸口を見いださせる。</p> <p><b>視点1</b>：問題解決をするために放物線を式にし たい。そしてその式はどのようにして求 めるといいか。</p> <p><b>視点2</b>：数値を図るのはメジャーを使うのでメジ ャーで測れそうな数値で考える。</p>	
<p>展開① (25分)</p>	<p>◆個人思考(4人グループ)</p> <p>・調べるべき数値をグループで交流 する。</p> <p>(J)…じっくり考える)</p> <p>○放物線はどんな関数だった かな。</p> <p>○式を求めたいけどどの数値 が分かると式が分かるか な。</p> <p>○座標軸はどこにあるのか な。</p> <p>○頂点以外の座標がひとつ分 かれば式が分かりそうだ な。</p> <p>◆ヒントカードを使った共有 (H)…はっきり表現する)</p> <p>①放物線の頂点を原点として座標 軸を考えるといいことを確認す る。</p> <p>②式を求めるために座標(シュート された地点)をひとつ代入するこ とを確認する。</p> <p>③最後に求めた数値は少数で表す と良いことを確認する。</p> <p>○なるほど、放物線というこ とは <math>y = ax^2</math> の式で表せ るんだな。</p> <p>○ということは、頂点を原点 として座標軸を考えると いいんだな。</p> <p>○ <math>y = ax^2</math> の式に原点以外 の座標を一つ代入すればい いんだな。</p> <p>○計算した値が分かりやすい ように分母を有理化したり 近似値を使って少数で表す といいんだな。</p>	<p>・計測可能な数値を映像で紹介する</p> <p>①ボールがシュートされた地点から、シュート されたときと同じ高さに落ちてきたところ までの水平距離6m。もしくはその半分の3m (頂点まで)</p> <p>②放物線の頂点の高さ4m。</p> <p>③リングの高さ3m。(本来3.05mだがここ では3mとして扱う。)</p> <p>・それ以外の数値を映像で対応する</p> <p>①計測不能な数値→「それは難しいな」</p> <p>②計測しなくても良い数値→「もっと良いところ がないかな」</p> <p>③自分で求めるべき数値→「それを求めて欲しい な」</p> <p>・各グループ一人一回ヒントカードをもらえるもの とする。そのヒントカードに関連する問題を解く ことでもらえる。ヒントカードをもらえた生徒が 自分のグループに伝える。</p> <p>① <math>y = ax^2</math> のグラフは <math>a &gt; 0</math> のとき <input type="text"/> いる。 <math>a &lt; 0</math> のとき <input type="text"/> いる。必ず <input type="text"/> を通る。</p> <p>② <math>y = ax^2</math> で、 <math>x = -2</math> のとき <math>y = 8</math> である。 このとき <math>a</math> の値を求めなさい。</p> <p>③ <math>\frac{2}{\sqrt{3}}</math> の分母を有理化しなさい。</p> <p>・机間指導で、リングの高さは地面から3mである が、放物線の頂点を原点とした場合には-1mに なることを確認する。</p> <p>・早めに解決したグループには黒板を使って説明し てもらうので、その準備をさせる。</p>	<p>イ 見いだした解決方 法を使って、協働 的に課題を解決す ることができる。 (ワークシート) 【思-①, 他-①】</p>
<p>展開② (5分)</p>	<p>◆集団思考</p> <p>・ひとつのグループに解説をさせ る。</p> <p>(H)…はっきり表現する)</p>	<p>・代表のグループの解説を一度聞いて、数学的な表 現を使えるようにアドバイスする。</p> <p>・質問を促し、質問があれば解答させる。</p>	

まとめ (10分)	<ul style="list-style-type: none"><li>・映像で実際にシュートが入るのか確認する。</li><li>・振り返りをする。</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>・自己評価及び本時の学習についての振り返りを書かせる。</li></ul>	
--------------	---	---	--