数

令和５年度

数　　学

（１０：４０～１１：３０）

注　　意

1　検査開始のチャイムがなるまで開いてはいけません。

2　問題用紙の１ページから10ページに，問題が$\boxed{1}$から$\boxed{6}$まであります。

これとは別に解答用紙が１枚あります。

3　問題用紙と解答用紙に受検番号を書きなさい。

4　答えはすべて解答用紙に記入しなさい。

受検番号	第　　　　　番

1 次の（１）～（８）に答えなさい。

（１） $12 \div (-8) \times 6$ を計算しなさい。

（２） $\dfrac{2x-y}{3}-\dfrac{3x+2y}{6}$ を計算しなさい。

（３） 下の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ 4x+5y=13 \end{cases}$$

（４） $\sqrt{18}-\sqrt{98}+\sqrt{32}$ を計算しなさい。

（5） $x^2+16x-36$ 　を因数分解しなさい。

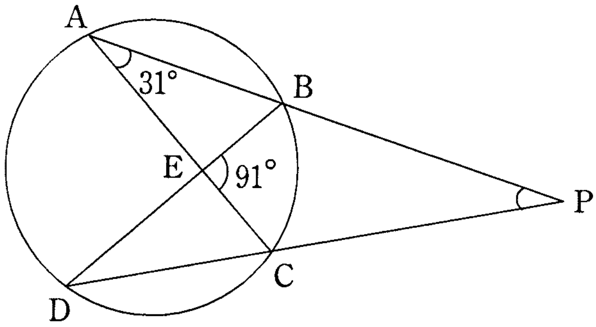
（6） 3つの直線 $y=x-7$，$y=-2x+8$，$y=ax$ があります。 $a=2$ のとき，この3つの直線は交わり三角形ができます。この3つの直線で三角形ができないような a の値は全部で何個あるか，その個数を求めなさい。

（7） 円周率を π とします。半径が10 cmで，弧の長さが 5π cmのおうぎ形の面積を求めなさい。

（8） A，B，C，D，Eの5つの野球チームがあります。各チームが他の4チームと対戦する総当たり戦を行うとき，全部で何試合になるか，その試合数を求めなさい。

2 次の（1）～（3）に答えなさい。

（1）下の図のように，円周上に4点A，B，C，Dがあり，線分ACと線分BDの交点をEとします。また，線分ABの延長と線分DCの延長との交点をPとします。
$\angle$BAE$=31°$，$\angle$BEC$=91°$のとき，$\angle$APDの大きさを求めなさい。



（2）袋の中に同じ形をした様々な色のペットボトルのキャップが2000個あります。この袋の中から120個のキャップを無作為に抽出し各色の個数を調べた結果，下の表のようになりました。この袋の中に入っていた2000個のキャップのうち，白色のキャップはおよそ何個入っていると推定できますか。その個数を一の位を四捨五入して答えなさい。

キャップの色	白	青	黒	黄緑	その他	合計
個数	34	44	12	16	14	120

（3）右の図は，2023年3月のカレンダーです。福山さんは，このカレンダーの数をいろいろに囲み，囲んだ数の和の性質について考えています。右の図のように縦2つ，横2つを正方形で囲んだ4つの数の和について，下のことを予想しました。

月	火	水	木	金	土	日
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

【予想】

縦2つ，横2つを正方形で囲んだ4つの数の和は，左上の数が偶数のとき，8の倍数になる。

福山さんは，この【予想】がいつでも成り立つことを，下のように説明しました。

【福山さんの説明】

nを整数とする。このとき，縦2つ，横2つを正方形で囲んだ4つの数のうち，左上の数は偶数なので$2n$と表すことができる。

したがって，縦2つ，横2つを正方形で囲んだ4つの数の和は，左上の数が偶数のとき8の倍数になる。

【福山さんの説明】の ┆　　┆ に説明の続きを書き，説明を完成させなさい。

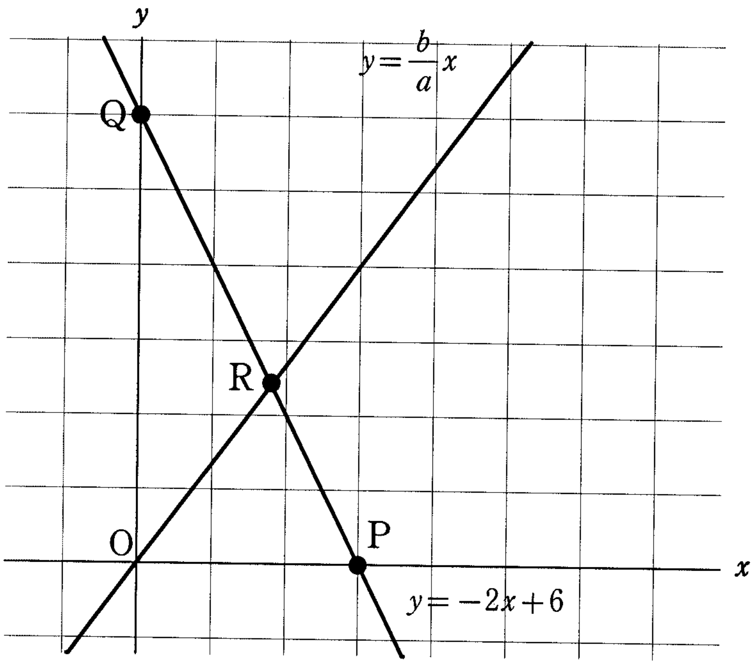
3　正しく作られた大小２つのさいころを同時に１回投げます。このとき，大きいさいころの出た目を a，小さいさいころの出た目を b とします。

これについて，次の（１）～（３）に答えなさい。

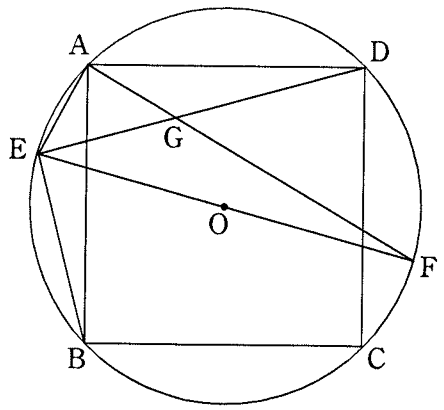
（１）出た目の和 $a+b$ が 10 となる確率を求めなさい。

（２）$\dfrac{b}{a}$ が素数となる確率を求めなさい。

（３）下の図のように，２つの直線 $y=\dfrac{b}{a}x$，$y=-2x+6$ があります。２点 P，Qはそれぞれ直線 $y=-2x+6$ と x 軸，y 軸との交点であり，点Rは直線 $y=\dfrac{b}{a}x$ と 直線 $y=-2x+6$ との交点です。このとき，△OPRの面積が $\dfrac{9}{2}$ となる確率を求めなさい。



4 下の図の四角形 ABCD は，面積が $25\,\mathrm{cm}^2$ の正方形であり，4 つの頂点 A，B，C，D は円 O の円周上の点です。また，EF は円 O の直径であり，線分 AF と線分 ED の交点を G とします。



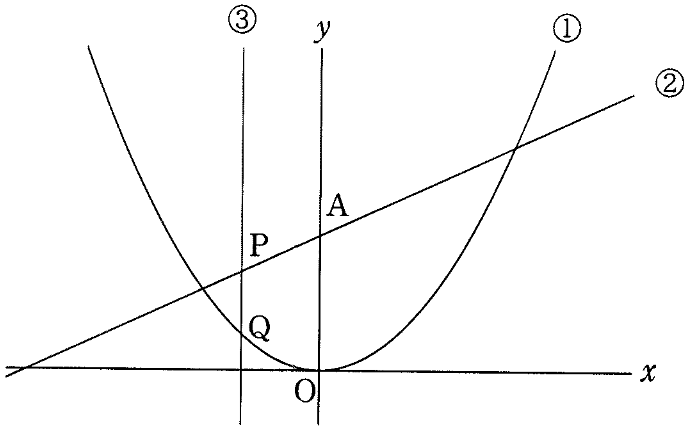
これについて，次の（1）～（3）に答えなさい。

（1）円Oの直径 EF の長さを求めなさい。

（2）$\triangle AEB \backsim \triangle EGF$ を証明しなさい。

（3）$AE = 1\,\mathrm{cm}$ のとき，線分 GF の長さを求めなさい。

5　下の図のように，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ …①のグラフと，関数 $y=\frac{2}{3}x+5$ …② のグラフ，y 軸に平行な直線 $x=t$…③ があります。関数 ② のグラフと y 軸との交点をA，関数 ② のグラフと直線 ③ の交点を P，関数 ① のグラフと直線 ③ の交点をQ とします。ただし，t の範囲は$-3<t<5$ とします。



これについて，次の（1）～（3）に答えなさい。

（1） $t=-1$ のとき，線分PQの長さを求めなさい。

（2）PQ$=2$ となるとき，t の値をすべて求めなさい。

（３）四角形AOQPが平行四辺形になるとき，点Ｐの座標を求めなさい。

6 赤坂さんと福山さんは，数学の授業で図形の性質を学んでいます。ある日の授業で形が違う２つの長方形の紙が配られ，先生から下の【課題】が提示されました。

【課題】

長方形ABCDがあり，AB＜BCとします。対角線ACを折り目として折り返し，頂点Bが移った点をEとし，辺ADと辺CEの交点をFとします。このとき，できる図形についてどのような性質があるか考えなさい。

赤坂さんと福山さんは，配られた長方形を折ったときの状況から，ノートに下のような図をかき，どのような性質があるのかを考えることにしました。

図１　赤坂さんのかいた図

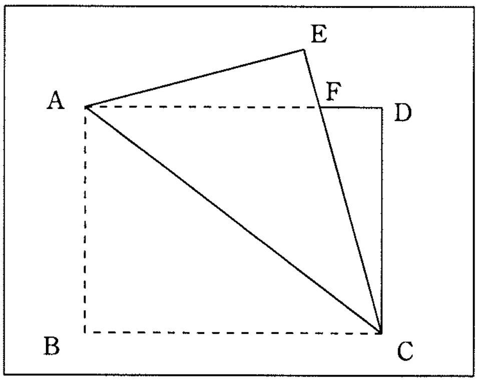
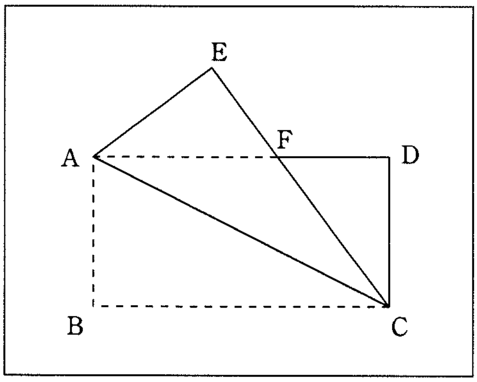


図２　福山さんのかいた図



赤坂さん「課題のように長方形を折ったときの状況を図にすると，たくさんの三角形があることが分かるね。」
福山さん「この図形の中に何か性質が隠されているんだね。」
赤坂さん「△AEFと△CDFは合同になりそうだね。」
福山さん「本当だ。僕は ①△FACは二等辺三角形ではないかと思う。」
赤坂さん「長方形の形が違っても△FACは二等辺三角形に見えるね。」
福山さん「他にはないかな。」
赤坂さん「②点Eと点Dを結んで△FEDを作ると，△FEDと△FACは，相似になりそうだね。これらのことを利用すると△FEDの面積を求められそうだ。」
福山さん「長方形を対角線を折り目として折っただけで，たくさんの発見があったね。」

これについて，次の（１）～（３）に答えなさい。

（１）下線部①について，福山さんは次のように証明しました。

【福山さんの証明】

> △ AEFと△CDFにおいて
> 四角形ABCDは長方形より ∠AEF＝∠CDF＝90°…①
> AE＝CD…②
> 対頂角は等しいから ∠EFA＝∠DFC…③
> ∠EAF＝180°−(90°＋∠EFA)…④
> ∠DCF＝180°−(90°＋∠DFC)…⑤
> ③，④，⑤より，∠EAF＝∠DCF…⑥
> ①，②，⑥より，$\boxed{}$ がそれぞれ等しいから
> △ AEF≡△CDF
> 合同な図形の対応する辺は等しいから AF＝CF
> △FACにおいて，２つの辺が等しいから二等辺三角形である。

福山さんの証明の $\boxed{}$ に当てはまる言葉を書きなさい。

（２）長方形ABCDにおいて，AB＝６cm，BC＝８cm とします。△FACは二等辺三角形になることを利用して，△FACの面積を求めなさい。なお，答えを求める過程も分かるように書きなさい。

（３）下線部②について赤坂さんは，右の図のように△ FEDを作り，△ FEDと△FAC が相似であることを証明しました。長方形ABCDにおいて，AB＝６cm, BC＝８cmとするとき，次の（ア）・（イ）を求めなさい。

（ア）△FED と△FAC の相似比

（イ）△FED の面積

図３ 点Eと点Dを結んだ図