

# 「比例と反比例」

本単元で育成する資質・能力

つながる知識・深める力

## 単元について

### ○単元観

本単元は、学習指導要領のC-（1）の「具体的な事象の中から数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う」ことを目標としている。

小学校算数科では、第4学年から第6学年にかけて、数量の関係を□、△、 $a$ 、 $x$ などを用いて式に表しそれらに数を当てはめて調べたり、変化の様子を折れ線グラフで表し変化の特徴を読み取ったり、比例の関係を理解しこれを用いて問題解決したり、反比例の関係について理解したりしてきている。

中学校数学科において第1学年では、これらの学習の上に立って、関数関係についての内容を一層豊かにし、具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出して、その変化や対応の仕方に着目し、関数関係の意味を理解できるようにする。

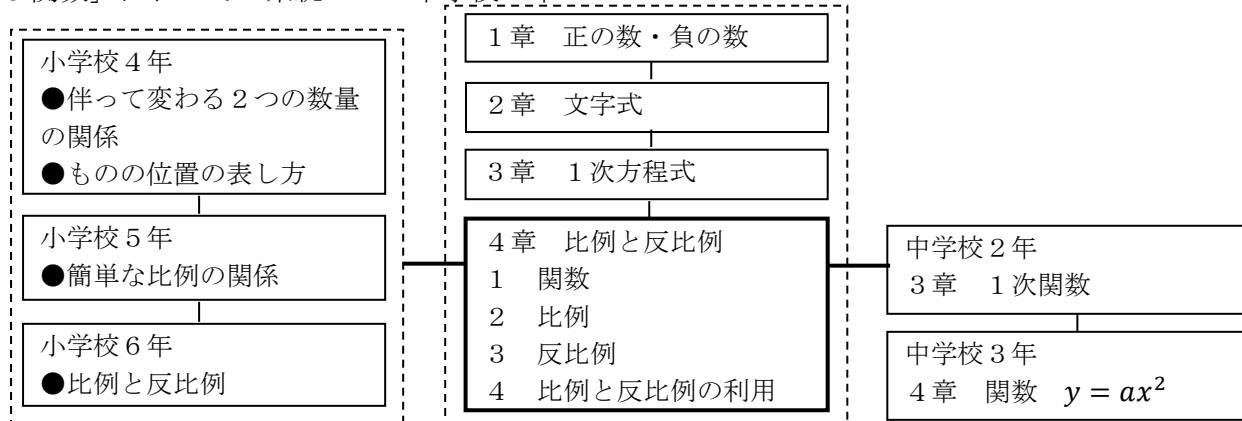
比例、反比例の学習は、日常生活において数量を関係的に探究する基礎となるものである。これらの学習においては、一般的、形式的に流れることなく、具体的に事象を考察することを通して、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。また、数の拡張や関数の概念を基にして、小学校算数科で学習した比例、反比例を関数としてとらえ直すことも必要である。

中学校数学科では、変数を明確に意識し、表から変数 $x$ 、 $y$ の間の関係を見だし、その関係を $y = ax$ 、または $y = \frac{a}{x}$ という式に表せること、これらの式における比例定数 $a$ の意味を理解する。グラフについては、変域が負の数まで拡張された上で、比例の場合は原点を通る直線、反比例の場合は原点を通らない二本の曲線となることを理解し、比例定数 $a$ の値によってどのようにグラフが変わるかということも学習する。小学校算数科で学習した表、式、グラフと、中学校数学科で変域を負の数まで拡張し、座標を理解するなどして学習する表、式、グラフとの違いを明確にする。さらに表、式、グラフを用いて表すとき、これらの表し方を相互に関連付け、一体となって理解できるように知識をつなげることが必要である。

比例、反比例にかかわる日常的な事象は数多くあり、また、他教科の内容に関連した事象があることも意識をしながら、様々な知識のつながりを意識すること、具体的な事象の中で比例や反比例ととらえ直し、説明することができるものがあることを見いだすことが重要である。

「C 関数」における系統

中学校1年



○生徒観

4月初旬に行った標準学力調査の平均正答率は次の表の通りである。

	全体	活用	基礎	比例と反比例	
				表からの立式 $y = 60x$	2つの数量関係で 反比例するものを選択
本校 (全国との差)	66.8 (▲1.6)	62.9 (▲2.4)	67.6 (▲1.4)	80.3 ( 0.3 )	19.7 (▲19.2)

この結果より、全国との差は概ね少し低い程度であるが、分野によっては課題が大きいことが分かった。比例と反比例に係る問題では、表からの比例の立式においては、概ね理解できているものの、反比例の関係を選択する問題は大きな課題があった。課題があった問題は次の通りである。

問	下の4つの場合で、2つの量が反比例するのはどれですか。1～4から選び記号で答えなさい。
1	底辺が10cmの三角形の高さと面積 (16.7%)
2	10kmの道のりを走るときの、速さとかかる時間 (19.7%) 正答
3	1000円で買い物をしたときの、代金と残りの金額 (37.9%)
4	ある人の身長と体重 (16.7%)
9	無回答 (9.1%)

正答は19.7%であるのに対し、誤答の3を選択した生徒が37.9%いる。反比例の定義を「片方が増えればもう一方が減るのが反比例である。」と理解不足であることが考えられる。また、具体的な数量の情報がなければ関係を捉えることが難しい生徒も多いことがわかる。また、4の選択肢を選んだ生徒も16.7%いることから、比例、反比例について基礎的な内容の定着が十分でない生徒もいることがわかる。

さらに「課題発見・解決学習」の視点において、第1学年の6月におけるアンケートの結果の本単元に関わりの深い項目の結果は以下の表のとおりである。

アンケート項目	「1.よく当てはまる」と回答した割合(%)	
	本校	県
授業では、解決しようとする課題について、「なぜだろう」、「やってみよう」と思います。	50.0	26.2
授業では、課題を解決するために、進んで、資料を集めたり取材をしたりしています。	12.1	10.3
授業では、調べたことなどを、図、グラフ、表などにまとめています。	28.8	16.0
授業では、比較、分類、関係付けして、何が分かるのかを考えています。	47.0	23.9

※県の数値は、平成29年度「基礎・基本」定着状況調査の数値

情報を分類したり、関係を見付けたりしながら考えたいという思いはあるが、情報を自ら集めたり、収集することは難しいと捉えている生徒も多い。また、情報の整理分析ツールとして図、グラフ、表を活用する割合も他の項目と比べて低いことがわかる。このことより、学習に対する意欲は高いが、必要な情報を自分で得ることができなかつたり、情報を整理分析する力が十分でなかつたりすると考えられる。

○指導観

指導にあたっては、本単元の目標の達成および生徒観における課題の克服と、生徒の主体的な学びとなるよう、生徒に必然性を感じることでできるような課題設定の工夫や生徒指導の三機能を意識し、比例と反比例の定義が印象付くように次の8点において工夫・配慮し指導を行う。

- ① 表、式、グラフのつながりや特徴をワークシートに整理させる活動を行う。
- ② 比例および反比例の表、式、グラフのつながりの確認を授業の始めに継続して行う。
- ③ 課題解決における表、式、グラフの良さを感じる課題を扱う。
- ④ 比例や反比例の判断を、表、式、グラフをもとに数学的用語を使って説明する活動を行う。
- ⑤ 予想が覆るような課題の提示をし、正しい定義を印象づける活動を行う。
- ⑥ 日常生活の中から比例や反比例につながる事柄を見つける活動を行う。
- ⑦ 導入を工夫し、生徒が意欲的に考えられるような課題を設定する。
- ⑧ グループ活動やペア活動を積極的に取り入れ、主体的に活動できる場面を多く設定する。

これらの工夫を行うことで、生徒が課題を克服し、さらに生徒が日常生活にある具体的な場面で比例や反比例の関係を見だし、それらの変化を考察したり表現したりする力をつけることができるように指導を行いたい。

## 単元の目標

C- (1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。

- ア 関数関係の意味を理解することができる。
- イ 比例、反比例の意味を理解することができる。
- ウ 座標の意味を理解することができる。
- エ 比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解することができる。
- オ 比例、反比例を用いて具体的な事象をとらえ説明することができる。

## 単元の評価規準

ア 数学への 関心・意欲・態度	イ 数学的な 見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形など についての知識・理解
①関数関係に関心をもち、その関係を表やグラフなどで表したり、変化や対応の様子を捉えたりしようとしている。 ②比例、反比例の関係に関心をもち、具体的な事象の中から比例、反比例の関係として捉えられる二つの数量を見いだしたり、その関係を式で表したりしようとしている。 ③比例、反比例の特徴に関心をもち、表、式、グラフなどを用いて考えようとしている。 ④比例、反比例を用いて具体的な事象を捉え説明することに関心をもち、問題の解決に生かそうとしている。	①具体的な事象の中にある二つの数量の関係を表した表やグラフなどを基にして、変化や対応の様子を捉えることができる。 ②具体的な事象の中にある二つの数量の関係を、変化や対応の様子に着目して調べ、比例、反比例の関係として捉えられる二つの数量を見いだすことができる。 ③比例、反比例の関係を表、式、グラフなどを用いて調べ、その特徴を見いだすことができる。 ④具体的な事象から取り出した二つの数量の関係が比例、反比例であるかどうかを判断し、その変化や対応の特徴を捉え、自分なりに説明することができる。 ⑤具体的な事象から取り出した二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして比例、反比例とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりすることができる。 ⑥比例、反比例を用いて調べたり、予測したりした結果が適切であるかどうかを振り返って考えることができる。	①関数関係を、表や式、グラフなどで表すことができる。 ②比例、反比例の関係を式で表すことができる。 ③比例、反比例の関係を表す式に数を代入し、対応する値を求めることができる。 ④比例、反比例の関係を表、式、グラフなどで表すことができる。 ⑤平面上の点を座標を用いて表したり、座標を基にして平面上に点をとったりすることができる。 ⑥比例、反比例の関係を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。	①関数関係の意味を理解している。 ②変数と変域の意味を理解している。 ③比例、反比例の意味を理解している。 ④比例、反比例の特徴を理解している。 ⑤座標の意味を理解している。 ⑥具体的な事象の中には、比例、反比例とみなすことで変化や対応の様子について調べたり、予測したりできるものがあることを理解している。

## 単元として育てたい資質・能力のつながり

本校の育てようとする資質・能力の内容			単元として育てたい資質・能力を身に付けた生徒の姿
知識	つながる知識	知 「既習事項」とのつながりのある知識 「他教科・領域」とのつながりのある知識 「地域・社会」「将来への活用」とのつながりのある知識	表、式、グラフの表し方を相互に関連付け、一体となって理解することができ、様々な具体的な場面で利用することができる。
スキル	思考力 判断力 表現力	表 課題を正しく受け止め、目的に応じて考え、根拠を基に判断する力 思考・判断に至った過程を振り返り、クリティカルに考える力 自分の考えを相手に納得できるよう、分かりやすく表現する力	
意欲・態度	主体性	主 自ら課題を発見し、よりよく解決しようとする 時と場を踏まえ、目的に応じて自ら判断し、行動しようとする	
価値観・倫理観	深める力	深 「 <b>忖む</b> 」(たたくむ)こと、「 <b>はっと気づく</b> 」こと ----- 広い視野と細かな配慮を持って物事を捉える力 表面に見えていないものを感じ取り、深く思考を働かせる力 創造的な思考を働かせ、新たな価値を発見・創造しようとする力	具体的な事象の中にある二つの数量の関係から、比例や反比例の関係として捉えられる二つの数量を見いだすことができる。
	共感力	共 「 <b>こだまし</b> 」,「 <b>うなずく</b> 」こと ----- 他者意見を真摯に聴き、受け止め、相手目線で考える 関わり合いの中で、「思いやり・優しさ・助け合いの心」を持って行動する 仲間と協働し、ともに高まろうとする	

## 単元の終末におけるパフォーマンス評価

パフォーマンス課題	評価基準																				
<p>具体的な事象の中から比例または反比例の関係にある数量を取り出し、それらの変化や対応を調べ表、式、グラフにまとめるとともに、わかりやすく仲間に説明する。</p> <p><b>例</b></p> <p>私の家のお風呂の浴槽の大きさは200Lです。また、1分間に5L水をためることができます。このとき、水を入れる時間を<math>x</math>、浴槽に溜まった水の量を<math>y</math>とすると、<math>y</math>は<math>x</math>に比例していると考えることができる。</p> <p>表、式、グラフで表すと</p> <p><b>表</b></p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td>0</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>15</td> <td>20</td> <td>25</td> <td>30</td> <td>35</td> <td>...</td> </tr> </table> <p><b>式</b> <math>y = 5x</math></p> <p><b>グラフ</b></p> <p>浴槽の大きさが200Lであることから、変域はそれぞれ <math>0 \leq x \leq 40</math>, <math>0 \leq y \leq 200</math> と考えられる。</p> <p>以上のようなことから、浴槽に溜まる水の量は水を入れる時間に比例しているといえる。</p>	$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	...	$y$	0	5	10	15	20	25	30	35	...	<p>A</p> <p>具体的な事象から取りだした二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして比例、反比例とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりし、表、式、グラフにまとめわかりやすく説明することができる。</p> <p>B</p> <p>具体的な事象から取りだした二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして比例、反比例とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりし、表、式、グラフにまとめ自分なりに説明することができる。</p> <p>C</p> <p>具体的な事象から取りだした二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして比例、反比例とみなすことができる。</p>
$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	...												
$y$	0	5	10	15	20	25	30	35	...												

## 評価と指導の計画

時	学習過程	○学習内容	評 価					◆単元として育てたい資質・能力が身についた生徒の姿 【資質・能力】	
			関	考	技	知	評価規準 (評価方法)		
1	課題設定	○身の周りにある, ともなって変わる数量の変化を調べる。 ○比例, 反比例の小学校の既習内容を復習する。	○	○			アー① イー① (観察, ノート)		
2	情報の収集	○具体的な場面で変域について理解する。 ○関数の定義を理解する。				○	エー② (観察, ノート)		
3	整理・分析	○具体的な事象が関数関係にあるかどうか判断することができる。			○	○	ウー① エー① (観察, ノート)		
4	情報の収集	○変域を負の数の範囲まで拡張し, 比例の意味を理解する。				○	エー③ (観察, ノート)		
5		○比例定数が負の数の場合の比例の関係を理解する。		○		◎	イー② エー③ (観察, 小テスト)		
6		○対応する1組の $x, y$ の値から比例の式を求める。					◎	ウー② (小テスト)	
7		○座標の意味を理解する。				◎	○	ウー⑤ エー⑤ (ワークシート)	
8		○座標の考え方をを使って比例のグラフをかく。				○		ウー④ (観察, ノート)	
9	整理・分析	○比例の変化や対応の仕方と関連付けて比例のグラフの特徴を調べる。	○	○				アー③ イー③ (観察, ノート)	
10		○比例の表, 式, グラフのつながりを整理し, 特徴をまとめる。					◎	イー③ (観察, ノート)	表, 式, グラフの表し方を相互に関連付け, 一体となって理解する 【つながる知識】
11	まとめ・創造・表現	○比例のまとめ, 比例の活用(紙の重さと枚数)					◎	イー② (観察, ワークシート)	具体的な事象の中にある二つの数量の関係から, 比例の関係として捉えられる二つの数量があることを知る。 【深める力】
12	情報の収集	○反比例の意味を理解する。				○		エー③ (観察, ノート)	
13		○変域を負の数の範囲まで拡張し, 反比例の意味を理解する。				◎		エー④ (観察, ノート)	

14		○対応する1組の $x, y$ の値から反比例の式を求める。			◎		ウー② ウー③ (小テスト)	
15		○座標の考え方をを使って反比例のグラフをかく。			○		ウー④ (観察, ノート)	
16		○反比例の変化や対応の仕方と関連付けて反比例のグラフの特徴を調べる。	○	○			アー③ イー③ (観察, ノート)	
17	整理・分析	○反比例と比例の表, 式, グラフのつながりを整理し, 特徴をまとめる。			◎		イー③ (観察, ワークシート)	表, 式, グラフの表し方を相互に関連付け, 一体となって理解する。 【つながる知識】
18	まとめ・創造・表現	○反比例のまとめ, 反比例の活用(天びんとおもり, ギアの回転数)				○	エー⑥ (観察, ワークシート)	具体的な事象の中にある二つの数量の関係から, 反比例の関係として捉えられる二つの数量があることを知る。 【深める力】
19 (本時)	実行	○比例と反比例の活用①(ランドルト環)				○	イー⑤ (観察, ワークシート)	表, 式, グラフの表し方を相互に関連付け, 一体となって理解することができ, 様々な具体的な場面で利用することができる。 【つながる知識】
20		○比例と反比例の活用②(ランドルト環)	○				アー④ (観察, ワークシート)	
21		○比例と反比例の活用③(速さと時間のグラフ)				○	イー④ (観察, ワークシート)	
22		○比例と反比例の探究(身の周りにおける比例と反比例)	◎				アー② (レポート, 発表)	
23	振り返り	○単元の振り返り			◎	◎	イー⑥ ウー⑥ (観察, 小テスト)	

# 本時の学習

## (1) 本時の目標

具体的な事象から取りだした二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして反比例とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりすることができる。  
(数学的な見方や考え方)

## (2) 本時で育成したい資質・能力

表、式、グラフの表し方を相互に関連付け、一体となって理解することができ、様々な具体的な場面で利用することができる。【つながる知識】

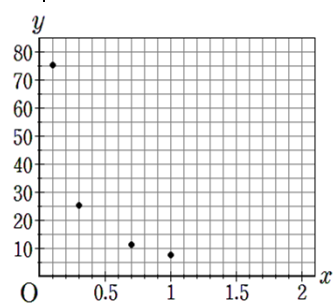
## (3) 準備物

ランドルト環、ワークシート、視力検査表

実行

## (4) 学習展開 (19 限目/23)

	学 習 活 動	指導上の留意点 (◇) (◆「努力を要する」状況と判断した生徒への指導の手立て)	評価規準 (評価方法) 【資質・能力の育成】
導入 (5分)	1 課題意識を持つ。		
	千年中学校の視力検査は A~D で判定が行われる。それは視力検査表が A1.0, B0.7, C0.3, D0.1 の4つしかないからだ。さらに詳しい視力検査をしたいのだが、より詳しい 2.0~0.1 までのランドルト環をつくることはできないだろうか。		
	2 課題の確認		
今まで習った知識を利用してさらに詳しい視力検査表をつくらう！			
展開 (38分)	2 本時のねらいを確認する。		
	【ねらい】ランドルト環の大きさと視力にはどんな関係があるのか調べよう！		
	3 4人1組のグループでランドルト環を作成する視力を決める。	◇ 2.0, 1.5, 1.2, 0.9, 0.8, 0.6, 0.5, 0.4, 0.2 からそれぞれのグループが重ならないように選ぶ。	
4 ランドルト環のともなって変わる2つの数量を確認する。  ・ 視力と環の大きさ ↓ ①視力と環の外側の直径 ②視力と環の内側の直径 ③視力と環のすき間の幅 ④視力と環の幅  ・ 関数といえるかどうかの確認をする。  ・ 視力を $x$ とし、もう一方を $y$ mm とする。	◇ ともなって変わる2つの数量を見つける。 ◇ 視力と環の大きさだけではなく、ランドルト環を作成するのに必要な数量を考えさせる。 ◆ ランドルト環を自分でかくとしたらどんな長さが必要か考えさせる。		
5 ①~④のうち、自分の調べる分担任を決める。	◇ 関数の定義を確認し、関数といえるかどうかの確認をさせる。  ◇ 最初に決めた視力を $x$ とし、目的である大きさを $y$ mm と設定する。		
6 ①~④の分担任ごと集まり、変化の様子を表、式、グラフを活用しながら調べる。	◇ 3人組の場合は③を必ず1人が選択するようにする。  ◇ 比例、反比例の表、式、グラフの基本的な情報を掲示しておく。 ◆ ワークシートの表や図を利用して変化の様子を予想させるように促す。		
			表、式、グラフの表し方を相互に関連付け、一体となって理解することができ、様々な具体的な場面で利用することができる。 【つながる知識】

	<p>① <math>y = \frac{7.5}{x}</math></p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0.1</td> <td>0.3</td> <td>0.7</td> <td>1.0</td> </tr> <tr> <td><math>y</math>(mm)</td> <td>75</td> <td>25</td> <td>11</td> <td>7.5</td> </tr> </table>  <p>② <math>y = \frac{4.5}{x}</math>    ③ <math>y = \frac{1.5}{x}</math>    ④ <math>y = \frac{1.5}{x}</math></p> <p>7 調べた内容の結果の交流</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ ①～④のそれぞれの内容を交流する。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ グラフや表の傾向から反比例と考えられること。</li> <li>・ <math>y</math>を<math>x</math>で表した式。</li> </ul> </div> <p>8 実際に各グループのランドルト環を作成するために必要な数値を求める。</p>	$x$	0.1	0.3	0.7	1.0	$y$ (mm)	75	25	11	7.5	<ul style="list-style-type: none"> <li>◇ それぞれの特徴を整理し、3つの情報を整理する。</li> <li>◇ 表やグラフの傾向から、式を考えることができることを確認する。</li> <li>◆ 表やグラフの傾向から反比例と考えられそうであることを補助発問し引き出す。</li> <li>◆ もとのグループに戻ったときに、どの内容を説明すればよいか、整理させる。</li> <li>◇ 各グループに持ち帰るべき情報を整理させる。</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ それぞれが調べた内容を順番に説明する。</li> <li>◇ 表、式、グラフの特徴を説明することを確認する。</li> <li>◇ ワークシートに必要な内容を整理する。</li> <li>◆ 自分が理解した内容を説明するように促す。</li> <li>◆ どこを説明したらよいか助言する。</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>◇ 各自が調べてきた内容をもとに表や式から必要な数値を計算する。</li> </ul>	<p>具体的な事象から取りだした二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして反比例とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりすることができる。</p> <p>[数学的な見方や考え方] (観察・ワークシート)</p>
$x$	0.1	0.3	0.7	1.0									
$y$ (mm)	75	25	11	7.5									
<p>まとめ (7分)</p>	<p>9 まとめ</p> <div style="border: 2px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><b>【まとめ】</b> 変化の様子を表、式、グラフで調べることによって、反比例だと判断することができ、反比例の考えを利用すれば、さらに詳しい視力測定表をつくることができる。</p> </div> <p>10 次時へのつなぎ</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◇ 実際にランドルト環を作成することを予告する。</li> <li>◇ 実際には1.5や2.0などの小さいランドルト環は作成できないことを想定しておく。</li> <li>◇ 作れる大きさのランドルト環を利用して、他に視力を測定する方法はないか考えさせる。(距離と視力の関係)</li> </ul>											